

УДК 621.9

Охріменко О. А.

## ФОРМОУТВОРЕННЯ ПОВЕРХНІ ЗУБЧАСТИХ КОСОЗУБИХ КОЛІС ПРИ ЗУБОФРЕЗЕРУВАННІ

Циліндричні зубчасті колеса широко використовуються у всіх галузях машинобудування. Найбільше розповсюдження серед існуючих методів нарізання зубчастих коліс знайшов метод зубофрезерування черв'ячними фрезами.

Аналіз вітчизняних та зарубіжних досліджень в цій галузі показує, що для підвищення точності коліс та ефективності їх виготовлення на даному етапі розвитку машинобудування при вирішенні цих питань здійснюється на основі як інформаційних технологій, здатних забезпечити високий рівень їх автоматизованого проектування, так і виробництва. Проте сучасна теорія проектування цього інструменту не здатна забезпечити цього.

Це пов'язано з тим, що існуюча загальна теорія формоутворення поверхні зубчастих коліс при зубофрезеруванні черв'ячними фрезами ґрунтується на багатьох припущеннях.

Одним із таких припущень є те, що процес формоутворення при зубофрезеруванні черв'ячними фрезами представляється, як процес формоутворення плоскою рейкою [1, 2, 3, 4], що зводить цю задачу до вирішення у площині, що не зовсім вірно. Це також не пояснює багатьох розбіжностей у порівнянні результатів такого моделювання з поверхнею реально оброблених зубчастих косозубих коліс, відділення яких не можуть бути віднесені до похибок від технологічної системи викликаними явищами, що супроводжують процес різання. Також є моделі вирішення цієї задачі у просторі [5], однак вони вирішували цю задачу тільки для випадку прямозубих зубчастих коліс, питання косозубих коліс не розглядалося. Також не розглядалось формоутворення для усіх ділянок складно профільної вихідної поверхні черв'ячної фрези, а тільки для окремих її частин, бічна сторона, округла частина спряження бічної сторони та вершини зуба.

Вирішення цих питань є нагальною потребою для розробки загальної теорії формоутворення поверхні зубчастих коліс при зубофрезеруванні черв'ячними фрезами, що дасть змогу створити на цій базі сучасний САПР цього інструменту та розробити нові прогресивні конструкції черв'ячних фрез.

Метою даної роботи є розробка узагальненої схеми формоутворення циліндричних зубчастих коліс при зубофрезеруванні черв'ячними фрезами. Така схема повинна враховувати формоутворення не тільки прямозубих зубчастих коліс черв'ячними фрезами, але й косозубих, які є актуальними при застосуванні таких коліс в сучасних машинах та механізмах.

Розглянемо схему формоутворення поверхні косозубого зубчастого колеса вихідною інструментальною поверхнею черв'ячної фрези рис. 1.

Маємо 3 системи координат:

$S_0(X_0Y_0Z_0)$  – нерухома система координат пов'язана з зубофрезерними верстатом, вісь  $Z_0$  співпадає з віссю шпинделя верстата;

$S_1(X_1Y_1Z_1)$  – рухома система координат пов'язана з черв'ячною фрезою, вісь  $Z_1$  співпадає з віссю фрези, система обертається навколо осі  $Z_0$  і рухається поступально уздовж осі  $X_2$ ;

$S_2(X_2Y_2Z_2)$  – рухома система координат пов'язана з колесом, що нарізається, вісь  $X_2$  співпадає з віссю колеса, система обертається навколо осі  $X_2$ .

Розглянувши дану схему формоутворення отримуємо, що в системі присутні два незалежні між собою рухи, це сумісне обертання фрези а і колеса навколо свої осей – рух обкату,

та гвинтовий рух фрези відносно осі колеса, що приводить до утворення косозубих коліс, це рух подачі. При виродженні гвинтового руху фрези відносно осі колеса в прямолінійний, це відповідає формоутворенню прямозубих зубчастих коліс.

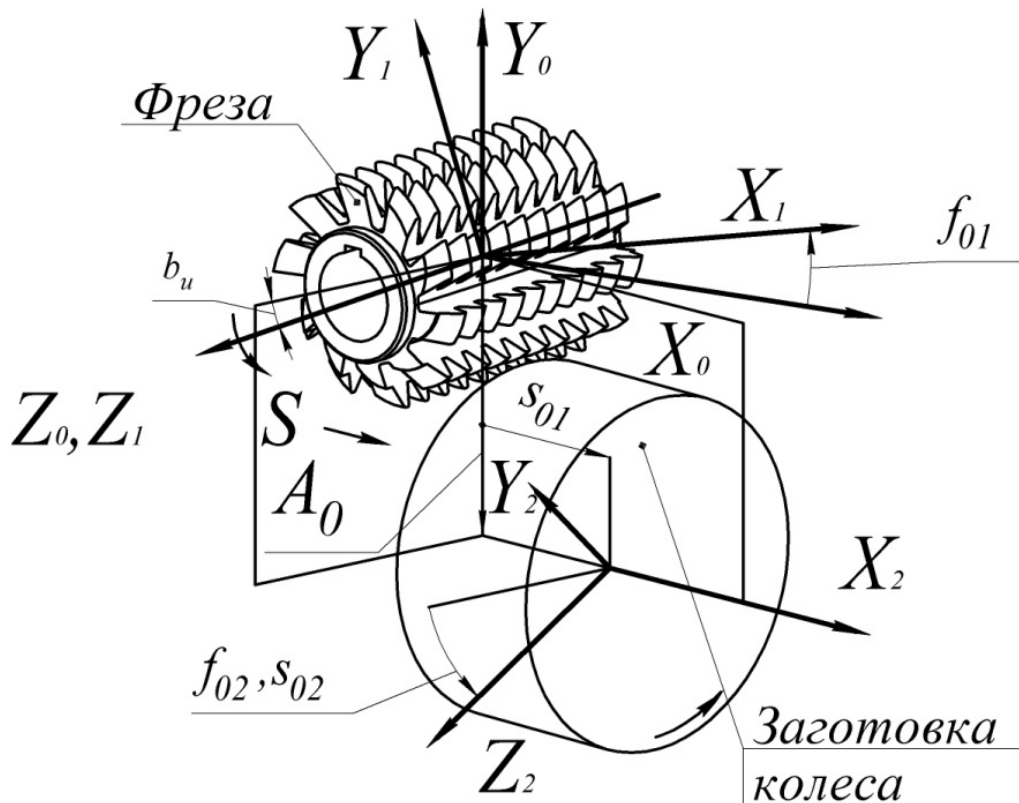


Рис. 1. Розрахункова схема формоутворення косозубих зубчастих коліс черв'ячними фрезами

Рух обкату будемо позначати через коефіцієнт  $f$ , рух подачі будемо позначати через коефіцієнт  $s$ .

Позначимо наступні параметри руху в системі: для руху обкату  $f_{01}$  – обертання фрези навколо своєї осі;  $f_{02}$  – обертання колеса навколо своєї осі; для руху обкату подачі;  $s_{01}$  – прямолінійний рух фрези при її гвинтовому русі відносно осі колеса;  $s_{02}$  – обертання колеса навколо своєї осі при гвинтовому русі фрези відносно осі колеса.

Зв'язок між параметрами руху буде наступним:

$$i_{12} = \frac{f_{01}}{f_{02}} = \frac{k_f}{Z_k}; \quad s_{01} = p_k s_{02}, \quad (1)$$

де  $i_{12}$  – передаточне відношення при русі обкату;

$k_f$  – кількість заходів фрези;

$Z_k$  – число зубів колеса, що нарізається;

$p_k$  – параметр гвинтової поверхні косозубого колеса.

Параметр гвинтової поверхні косозубого колеса знайдеться за наступною залежністю:

$$p_k = \frac{m Z_k}{2 \sin b_k}, \quad (2)$$

де  $m$  – модуль зубчастого колеса, що нарізається;

$b_k$  – кут нахилу зубців косозубого колеса.

Зв'язок між системами координат запишемо в матрично-структурному вигляді наступним чином:

$$R2 = m_{20s} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} R1, \quad (3)$$

де  $R1, R2$  – радіус вектор точки в системі, пов'язаною з фрезою та колесом відповідно;

$m_{01}, m_{02}, m_{20f}, m_{20s}$  – матриці перетворень координатних систем і з врахуванням (1), (2) для однозаходних фрез, як найбільш поширеного випадку вони запишуться наступним чином:

$$m_{01} = \begin{pmatrix} \cos f_{01} & -\sin f_{01} & 0 & 0 \\ \sin f_{01} & \cos f_{01} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad m_{20} = \begin{pmatrix} \cos b_u & 0 & \sin b_u & 0 \\ 0 & 1 & 0 & A_0 \\ -\sin b_u & 0 & \cos b_u & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$m_{20f} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(i_{12}f_{01}) & -\sin(i_{12}f_{01}) & 0 \\ 0 & \sin(i_{12}f_{01}) & \cos(i_{12}f_{01}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad m_{20l} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & p_k \cdot s_{02} \\ 0 & \cos s_{02} & -\sin s_{02} & 0 \\ 0 & \sin s_{02} & \cos s_{02} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

де  $b_u$  – кут розвороту фрези відносно осі колеса;

$A_0$  – відстань між осями обертання фрези та колеса.

Кут розвороту фрези  $b_u$  розраховується за залежністю:

$$b_u = -(b_k - b_f), \quad (5)$$

де  $b_f$  – кут нахилу гвинтової лінії фрези.

Додатні значення установочних параметрів в залежностях (3), (4), (5) приведені для випадку нарізання правими фрезами правих зубчастих коліс, у випадку нарізання лівими фрезами, або лівих зубчастих коліс необхідно значення  $b_f, b_u$  підставляти з від'ємними значеннями.

В загальному випадку вихідна інструментальна поверхня фрези є гвинтовою поверхнею, що складається з декількох ділянок, а саме бічні сторони, вершинна ділянка і поверхні спряження бічних ділянок з вершинами. Рівняння вихідної інструментальної поверхні черв'ячної фрези в загальному вигляді по повному профілю в параметричній формі запишеться наступним чином:

$$R1_i(t, u) = \begin{pmatrix} x_{1i}(t, u) \\ y_{1i}(t, u) \\ z_{1i}(t, u) \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (6)$$

де  $x_i(t, u), y_i(t, u), z_i(t, u)$  – параметричні функції що описують вихідну інструментальну поверхню фрези проекції по відповідними осям координат;

$i$  – індекс, що відповідає за кількість складових ділянок поверхні фрези;

$t, u$  – параметричні координати, що описують поверхню фрези.

Визначати поверхню зубчастого колеса будемо як огинаючу поверхню при русі фрези відносно колеса при зубофрезеруванні. Так як в системі присутні два незалежні одне від одного рухи, то при визначенні поверхні спряженого колеса з вихідною інструментальною поверхнею фрези необхідно розглянути сумісно два рівняння контакту, відповідно для кожної ділянки вихідної інструментальної поверхні фрези:

$$R2_i(t, u, f_{01}, s_{02}), NV_{fi} = 0, NV_{si} = 0, \tag{7}$$

де  $R2_i$  – рівняння поверхні фрези в системі пов’язаній з зубчастим колесом;  
 $NV_{fi}, NV_{si}$ , – рівняння контакту при русі фрези від зміни параметру  $f_{01}$  та  $s_{02}$ .  
 Рівняння контакту згідно [3] запишуться в наступному вигляді:

$$\begin{aligned}
 R2(t, u, f_{01}, s_{02}) &= m_{2\alpha} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} Rl(t, u) \\
 NV_{fi} &= \frac{\frac{\partial R2_{Xi}(t, u, f_{01}, s_{02})}{\partial t} \quad \frac{\partial R2_{Yi}(t, u, f_{01}, s_{02})}{\partial t} \quad \frac{\partial R2_{Zi}(t, u, f_{01}, s_{02})}{\partial t}}{\frac{\partial R2_{Xi}(t, u, f_{01}, s_{02})}{\partial u} \quad \frac{\partial R2_{Yi}(t, u, f_{01}, s_{02})}{\partial u} \quad \frac{\partial R2_{Zi}(t, u, f_{01}, s_{02})}{\partial u}}{\frac{\partial R2_{Xi}(t, u, f_{01}, s_{02})}{\partial f_{01}} \quad \frac{\partial R2_{Yi}(t, u, f_{01}, s_{02})}{\partial f_{01}} \quad \frac{\partial R2_{Zi}(t, u, f_{01}, s_{02})}{\partial f_{01}}} = \\
 &= \frac{\frac{\partial(m_{2\alpha} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} Rl_{Xi}(t, u))}{\partial t} \quad \frac{\partial(m_{2\alpha} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} Rl_{Yi}(t, u))}{\partial t} \quad \frac{\partial(m_{2\alpha} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} Rl_{Zi}(t, u))}{\partial t}}{\frac{\partial(m_{2\alpha} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} Rl_{Xi}(t, u))}{\partial u} \quad \frac{\partial(m_{2\alpha} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} Rl_{Yi}(t, u))}{\partial u} \quad \frac{\partial(m_{2\alpha} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} Rl_{Zi}(t, u))}{\partial u}}{\frac{\partial(m_{2\alpha} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} Rl_{Xi}(t, u))}{\partial f_{01}} \quad \frac{\partial(m_{2\alpha} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} Rl_{Yi}(t, u))}{\partial f_{01}} \quad \frac{\partial(m_{2\alpha} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} Rl_{Zi}(t, u))}{\partial f_{01}}}} = 0, \\
 NV_{si} &= \frac{\frac{\partial R2_{Xi}(t, u, f_{01}, s_{02})}{\partial t} \quad \frac{\partial R2_{Yi}(t, u, f_{01}, s_{02})}{\partial t} \quad \frac{\partial R2_{Zi}(t, u, f_{01}, s_{02})}{\partial t}}{\frac{\partial R2_{Xi}(t, u, f_{01}, s_{02})}{\partial u} \quad \frac{\partial R2_{Yi}(t, u, f_{01}, s_{02})}{\partial u} \quad \frac{\partial R2_{Zi}(t, u, f_{01}, s_{02})}{\partial u}}{\frac{\partial R2_{Xi}(t, u, f_{01}, s_{02})}{\partial s_{02}} \quad \frac{\partial R2_{Yi}(t, u, f_{01}, s_{02})}{\partial s_{02}} \quad \frac{\partial R2_{Zi}(t, u, f_{01}, s_{02})}{\partial s_{02}}} = \\
 &= \frac{\frac{\partial(m_{2\alpha} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} Rl_{Xi}(t, u))}{\partial t} \quad \frac{\partial(m_{2\alpha} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} Rl_{Yi}(t, u))}{\partial t} \quad \frac{\partial(m_{2\alpha} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} Rl_{Zi}(t, u))}{\partial t}}{\frac{\partial(m_{2\alpha} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} Rl_{Xi}(t, u))}{\partial u} \quad \frac{\partial(m_{2\alpha} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} Rl_{Yi}(t, u))}{\partial u} \quad \frac{\partial(m_{2\alpha} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} Rl_{Zi}(t, u))}{\partial u}}{\frac{\partial(m_{2\alpha} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} Rl_{Xi}(t, u))}{\partial s_{02}} \quad \frac{\partial(m_{2\alpha} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} Rl_{Yi}(t, u))}{\partial s_{02}} \quad \frac{\partial(m_{2\alpha} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} Rl_{Zi}(t, u))}{\partial s_{02}}}} = 0, \tag{8}
 \end{aligned}$$

де  $Rl_{Xi}(t, u), Rl_{Yi}(t, u), Rl_{Zi}(t, u), R2_{Xi}(t, u, f_{01}, s_{02}), R2_{Yi}(t, u, f_{01}, s_{02}), R2_{Zi}(t, u, f_{01}, s_{02})$  – відповідні складові проекції на осі координат вектора поверхні фрези  $Rl$  і сімейства поверхонь  $R2$  утвореним поверхнею фрези при її русі при зубофрезеруванні відносно зубчастого колеса.

Вважаючи те, що два рухи, які задаються зміною параметрів  $f_{01}$  та  $s_{02}$  незалежні одне від одного та рівняння контакту (8) можна спростити, а саме в рівняннях сімейства поверхонь утворених залежністю (3) при записі рівняння контакту від параметру  $f_{01}$  виключити

з залежностей матрицю перетворення від руху  $s_{02} - m_{20s}$  і для рівняння контакту від параметру  $s_{02}$  виключити з залежностей матрицю перетворення від руху  $f_{01} - m_{20f}$ , тоді рівняння контакту запишуться в наступному вигляді:

$$\begin{aligned}
 NV_{fi} &= \frac{\frac{\partial(m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} R1_{Xi}(t, u))}{\partial t}}{\frac{\partial(m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} R1_{Xi}(t, u))}{\partial u}} \frac{\frac{\partial(m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} R1_{Yi}(t, u))}{\partial t}}{\frac{\partial(m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} R1_{Yi}(t, u))}{\partial u}} \frac{\frac{\partial(m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} R1_{Zi}(t, u))}{\partial t}}{\frac{\partial(m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} R1_{Zi}(t, u))}{\partial u}}}{\frac{\partial f_{01}}{\partial f_{01}}} = 0; \\
 NV_{si} &= \frac{\frac{\partial(m_{20l} \cdot m_{20} \cdot m_{01} R1_{Xi}(t, u))}{\partial t}}{\frac{\partial(m_{20l} \cdot m_{20} \cdot m_{01} R1_{Xi}(t, u))}{\partial u}} \frac{\frac{\partial(m_{20l} \cdot m_{20} \cdot m_{01} R1_{Yi}(t, u))}{\partial t}}{\frac{\partial(m_{20l} \cdot m_{20} \cdot m_{01} R1_{Yi}(t, u))}{\partial u}} \frac{\frac{\partial(m_{20l} \cdot m_{20} \cdot m_{01} R1_{Zi}(t, u))}{\partial t}}{\frac{\partial(m_{20l} \cdot m_{20} \cdot m_{01} R1_{Zi}(t, u))}{\partial u}}}{\frac{\partial s_{02}}{\partial s_{02}}} = 0. \quad (9)
 \end{aligned}$$

Вихідна інструментальна поверхня (ВІП) фрези є гвинтовою поверхнею і для стандартного профілю фрези згідно ГОСТ 9324-80 вона представляє собою комбінацію сполучення прямих ділянок і дуг кіл, які плавно спряжені між собою. Такий твірний профіль (рис. 2) складається з 5 ділянок позначених, як 12, 23, 34, 45, 56. З них ділянка 12, 56 – бічні робочі поверхні ВІП фрези, ділянка 34 – ділянка вершинної поверхні зуба, ділянки 23, 45 – заокруглення при вершині зуба фрези радіусом  $r_{pa0}$ , що з'єднують бічні сторони і вершинну ділянку.

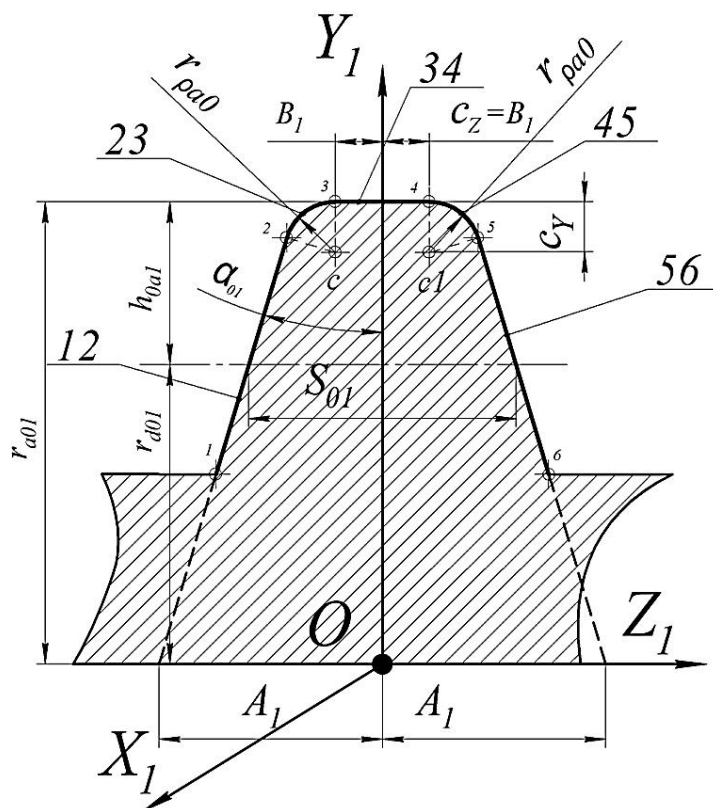


Рис. 2. Твірний профіль вихідної інструментальної поверхні стандартної черв'ячної фрези

Тоді рівняння кожної ділянки ВІП фрези запишеться наступним чином:

$$\begin{aligned}
 R1_{12} &= \begin{pmatrix} u \cos a_{01} \cos t - \sin b_{f1} \sin t \cdot (A_1 - u \cdot \sin a_{01}) \\ u \cos a_{01} \sin t + \sin b_{f1} \cos t \cdot (A_1 - u \cdot \sin a_{01}) \\ p_f \cdot t - \cos b_{f1} \cdot (A_1 - u \cdot \sin a_{01}) \\ 1 \end{pmatrix}; \\
 R1_{23} &= \begin{pmatrix} \cos t(c_y - r_{\rho a01} \cdot \sin \mu) - \sin b_{f1} \sin t \cdot (c_z + r_{\rho a01} \cdot \cos \mu) \\ \sin t(c_y - r_{\rho a01} \cdot \sin \mu) + \sin b_{f1} \cos t \cdot (c_z + r_{\rho a01} \cdot \cos \mu) \\ p_f \cdot t - \cos b_{f1} \cdot (c_z + r_{\rho a01} \cdot \cos \mu) \\ 1 \end{pmatrix}; \\
 R1_{34} &= \begin{pmatrix} r_{a01} \cos t - \sin b_{f1} \sin t \cdot (u - B_1) \\ r_{a01} \sin t - \sin b_{f1} \cos t \cdot (u - B_1) \\ p_f \cdot t - \cos b_{f1} \cdot (u - B_1) \\ 1 \end{pmatrix}; \\
 R1_{45} &= \begin{pmatrix} \cos t(c_y - r_{\rho a01} \cdot \sin \mu) - \sin b_{f1} \sin t \cdot (-c_z + r_{\rho a01} \cdot \cos \mu) \\ \sin t(c_y - r_{\rho a01} \cdot \sin \mu) + \sin b_{f1} \cos t \cdot (-c_z + r_{\rho a01} \cdot \cos \mu) \\ p_f \cdot t - \cos b_{f1} \cdot (-c_z + r_{\rho a01} \cdot \cos \mu) \\ 1 \end{pmatrix}; \\
 R1_{56} &= \begin{pmatrix} u \cos a_{01} \cos t - \sin b_{f1} \sin t \cdot (-A_1 + u \cdot \sin a_{01}) \\ u \cos a_{01} \sin t + \sin b_{f1} \cos t \cdot (-A_1 + u \cdot \sin a_{01}) \\ p_f \cdot t - \cos b_{f1} \cdot (-A_1 + u \cdot \sin a_{01}) \\ 1 \end{pmatrix}, \tag{10}
 \end{aligned}$$

де  $r_{a01}$  – радіус вершин зубів фрези;

$r_{\rho a01}$  – радіус округлень вершин зубів фрези;

$u$  – змінний параметр, що відповідає за положення точки на прямолінійній твірній профілю;

$\mu$  – змінний параметр, що відповідає положенню точки на округлій частині твірній;

$t$  – змінний параметр, що відповідає за утворення твірними гвинтової поверхні;

$p_f$  – параметр гвинтової поверхні фрези;

$A_1$  – параметр, що відповідає за симетричне розташування бічних твірних профілю, ділянка 12, 56 відносно  $Y_1$  осі координат;

$B_1$  – параметр, що відповідає за симетричне розташування вершинної твірної профілю, ділянка 34 відносно  $Y_1$  осі координат;

$c_z, c_y$  – параметри координат центру розташування дуг кіл округлень зубів при вершині, відповідно по осі  $Z_1$  і  $Y_1$ ;

$a_{01}$  – кут нахилу твірної бічної сторони;

$b_{f1}$  – кут нахилу площини в якій розташований твірний профіль зуба до площини  $Z_1Y_1$ , для архімедових фрез  $b_{f1} = 0$ , для конволютних  $b_{f1} = b_f$ .

Параметри  $A_1, B_1, c_z, c_y$  розраховуються за наступними залежностями:

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \frac{S_{01}}{2 \cos(b_f - b_{f1})} + r_{d01} \operatorname{tg} \alpha_{01}; \quad B_1 = A_1 - (r_{a01} - r_{\rho a01}) \cdot \operatorname{tg} \alpha_{01} - \frac{r_{a01}}{\cos \alpha_{01}}; \\
 c_z &= B_1; \quad c_y = r_{a01} - r_{\rho a01}, \tag{11}
 \end{aligned}$$

де  $S_{01}$  – товщина зуба фрези на ділильному діаметру фрези.

Для опису робочих ділянок профілю ВІП фрези параметри  $t$  і  $\mu$  повинні змінюватись в наступних межах:

$$\begin{aligned} \text{ділянка 12,56; } u_{\min} &= \frac{r_f f_{01}}{\cos \alpha_{01}}; \quad u_{\max} = \frac{r_{a01} - r_{\rho a01}(1 - \sin \alpha_{01})}{\cos \alpha_{01}}; \\ \text{ділянка 34; } u_{\min} &= 0; \quad u_{\max} = 2B_1; \quad \text{ділянка 23; } \mu_{\min} = 0.5\pi; \quad \mu_{\max} = \pi - \alpha_{01}; \\ \text{ділянка 45; } \mu_{\min} &= \alpha_{01}; \quad \mu_{\max} = 0.5\pi. \end{aligned} \quad (12)$$

Підставивши залежності (9) в (10) отримуємо рівняння контакту поверхні фрези з поверхнею колеса, так як поверхня колеса є гвинтовою циліндричною поверхнею постійного кроку то параметр руху  $s_{02}$  буде виключений з другого рівняння контакту від параметру руху  $s_{02}$  [3] тому що, лінія контакту при утворенні циліндричних гвинтових поверхонь з постійними твірними є сталою кривою і не залежить від руху фрези відносно колеса обумовленого параметром  $s_{02}$ , як наслідок система рівняння контакту запишеться наступним чином:

$$\begin{cases} R2_i(t, u, f_{01}, s_{02}); \\ NV_{fi}(t, u, f_{01}) = 0; \\ NV_{si}(t, u, f_{01}) = 0. \end{cases} \quad (13)$$

Система рівнянь контакту (13) має 2 рівняння і 3 невідомі  $t$ ,  $u$  або  $\mu$ ,  $f_{01}$ . Для її розв'язку необхідно зменшити кількість невідомих, для цього в системі рівнянь (13) фіксуємо значення параметру  $u$  для прямолінійних ділянок твірної профілю і  $\mu$  для округлих ділянок профілю і розв'язуємо систему з 2-х рівнянь (13), яка вже містить тільки 2 невідомих і є визначеною системою.

В розгорнутому вигляді для прикладу наведено системи рівнянь контакту (14), (15) для прямолінійних ділянок профілю однозахідної фрези, як найбільш розповсюджених при описі профілю зубів різноманітних черв'ячних фрез – ділянка 12 зуба фрези (рис. 2):

$$\begin{aligned} NV_{f01}12 = & -\frac{1}{8Z_k} (2\sin(\xi - a_{01} - b_u + f_{01})u^2 + 2\sin(\xi + a_{01} - b_u + f_{01})u^2 + 2\sin(\xi - a_{01} + b_u + f_{01})u^2 + \\ & + 2\sin(\xi + a_{01} + b_u + f_{01})u^2 + \cos 2a_{01} - b_u) A_0 u + 6A_0 u \cos b_u + A_0 u \cos 2(a_{01} + b_u) + \\ & + A_0 u \cos(\xi + 2a_{01} - b_u + f_{01}) - A_0 u \cos(\xi - 2a_{01} - b_u + f_{01}) + A_0 u \cos(\xi + 2a_{01} + b_u + f_{01}) - \\ & - A_0 u \cos(\xi - 2a_{01} + b_u + f_{01}) + p_f u \cos 2(a_{01} - b_u) - 6p_f u \sin b_u - p_f u \sin 2(a_{01} + b_u) - 2p_f Z_k u \cos 2a_{01} - \\ & - 6p_f Z_k u - 2A_0^2 \sin(a_{01} - b_u) - 2A_0^2 \sin(a_{01} + b_u) + 2tp_f^2 \cos(\xi - a_{01} - b_u + f_{01}) + 2tp_f^2 \cos(\xi + a_{01} - b_u + f_{01}) + \\ & + 2tp_f^2 \cos(\xi - a_{01} + b_u + f_{01}) + 2tp_f^2 \cos(\xi + a_{01} + b_u + f_{01}) + 2A_0 p_f \cos(a_{01} - b_u) - 2A_0 p_f \cos(a_{01} + b_u) - \\ & - 2A_0 p_f \cos(\xi - a_{01} - b_u + f_{01}) - 2A_0 p_f \cos(\xi + a_{01} - b_u + f_{01}) + 2A_0 p_f \cos(\xi - a_{01} + b_u + f_{01}) + \\ & + 2A_0 p_f \cos(\xi + a_{01} + b_u + f_{01}) - 2\sin a_{01} \sin 2b_u (u \sin a_{01} - A_0) (2\sin(\xi + f_{01}) (A_0 \sin b_u + p_f \cos b_u) - \\ & - 2tp_f \cos b_u \cos(\xi + f_{01})) - 8\cos a_{01} \cos b_u (utp_f \cos b_u \sin a_{01} \sin(\xi + f_{01}) + \cos(\xi + f_{01}) (uA_0 \sin b_u \sin a_{01} + \\ & + p_f \cos b_u (u \sin a_{01} - A_0))) - 4\sin b_u (\cos(\xi + f_{01}) (\cos b_u (uA_0 (\cos 2a_{01} - 3) + 2\sin a_{01} (u^2 + A_0^2)) - \\ & - 2p_f A_0 \sin b_u \sin a_{01}) - 2tp_f^2 \cos b_u \sin a_{01} \sin(\xi + f_{01})) + 4p_f A_0 Z_k - 4\cos 2b_u \sin a_{01} (A_0 - u \sin a_{01})) \cdot \\ & \cdot (p_f (\sin b_u + Z_k) - A_0 \cos b_u) = 0; \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned}
 NV_{s0212} = & \frac{1}{8}(-2\sin(t-a_{01}-b_u+f_{01})u^2 - 2\sin(t+a_{01}-b_u+f_{01})u^2 - 2\sin(t-a_{01}+b_u+f_{01})u^2 - \\
 & - 2\sin(t+a_{01}+b_u+f_{01})u^2 - \cos(2a_{01}-b_u)A_0u - 6A_0u\cos b_u - A_0u\cos(2a_{01}+b_u) - \\
 & + A_0u\cos(t+2a_{01}-b_u+f_{01}) + A_0u\cos(t-2a_{01}-b_u+f_{01}) - A_0u\cos(t+2a_{01}+b_u+f_{01}) + \\
 & + A_0u\cos(t-a_{01}+b_u+f_{01}) - p_f u\cos(2a_{01}-b_u) + 6p_f u\sin b_u + p_f u\sin(2a_{01}+b_u) + \\
 & - 2A_0^2\sin(a_{01}-b_u) + 2A_0^2\sin(a_{01}+b_u) - 2tp_f^2\cos(t-a_{01}-b_u+f_{01}) - 2tp_f^2\cos(t+a_{01}-b_u+f_{01}) - \\
 & - 2tp_f^2\cos(t-a_{01}+b_u+f_{01}) - 2tp_f^2\cos(t+a_{01}+b_u+f_{01}) - 2A_0p_f\cos(a_{01}-b_u) + 2A_0p_f\cos(a_{01}+b_u) + \\
 & + 2A_0p_f\cos(t-a_{01}-b_u+f_{01}) + 2A_0p_f\cos(t+a_{01}-b_u+f_{01}) - 2A_0p_f\cos(t-a_{01}+b_u+f_{01}) - \\
 & - 2A_0p_f\cos(t+a_{01}+b_u+f_{01}) + 8\cos a_{01}\cos b_u(utp_f\cos b_u\sin a_{01}\sin(t+f_{01}) + \cos(t+f_{01}) \cdot \\
 & \cdot (u\sin a_{01}(A_0\sin b_u + \cos b_u(p_f - p_k)) - A_0p_f\cos b_u)) - 2\sin a_{01}\sin 2b_u(u\sin a_{01} - A_0) \cdot \\
 & \cdot (2tp_f\cos b_u\cos(t+f_{01}) - 2\sin(t+f_{01})(A_0\sin b_u + \cos b_u(p_f - p_k))) + 2A_0p_k\cos(a_{01}-b_u) - \\
 & - 2A_0p_k\cos(a_{01}+b_u) - 2p_f p_k\sin(t-a_{01}-b_u+f_{01}) + 2p_f p_k\sin(t+a_{01}-b_u+f_{01}) - \\
 & - 2p_f p_k\sin(t-a_{01}+b_u+f_{01}) - 2p_f p_k\sin(t+a_{01}+b_u+f_{01}) + 4\cos 2b_u\sin a_{01}(u\sin a_{01} - A_0) \cdot \\
 & \cdot (A_0\cos b_u + \sin b_u(p_f - p_k)) + 4\sin b_u(\cos(t+f_{01})(\cos b_u(u\cos 2a_{01} - 3)A_0 + \\
 & + 2\sin a_{01}(u^2 + A_0^2 + p_f p_k)) - 2A_0p_f\sin a_{01}\sin b_u) - 2tp_f^2\cos b_u\sin a_{01}\sin(t+f_{01})) = 0. \quad (15)
 \end{aligned}$$

За отриманими залежностями були розраховані поверхні косових зубчастих коліс при їх формоутворенні ВІП черв'ячної фрези по повному профілю, побудовані лінії контакту поверхні фрези з поверхнею колеса (рис. 3).

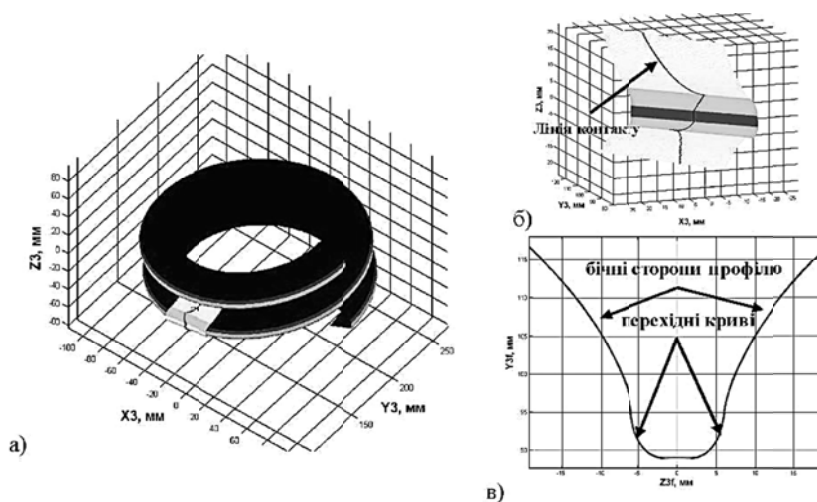


Рис. 3. Розрахунок спряженої поверхні зубчастого колеса з ВІП фрези. Параметри фрези – конволютна однозаходна,  $m = 10$  мм,  $d_{a01} = 180$  мм,  $r_{pa01} = 2$  мм; колеса  $Z_k = 20$ ,  $a_n = 20^0$ ,  $b_k = 10^0$ .

а – зачеплення ВІП фрези та колеса; б – лінія контакту ВІП фрези на поверхні колеса; в – повний профіль западини колеса в торцевому перерізі

Відомо, що для прямозубих зубчастих коліс мінімальна кількість зубів, що може бути нарізана на профілі без підрізання 17, для косозубих коліс ця величина збільшується [1] в тому випадку коли вони утворені рейкою. При дослідженні умов формоутворення зубчастих коліс ВІП фрези було встановлено, що ця умова непідрізання для зубчастих коліс, утворених рейкою, не придатна для коліс, утворених фрезою рис. 4, що пов'язано з просторовим характером



зацеплення фрези – колесо – на профілі бічної сторони зуба при  $Z_k = 17$  (рис. 4, а),  $Z_k = 18$  (рис. 4, б) існує точка повернення, а значить існує підрізання бічного профілю зубчастого колеса. При формоутворенні колеса  $Z_k = 19$  (рис. 4, в) бічна сторона зуба і перехідна крива має плавне спряження і підрізання профілю зуба відсутне.

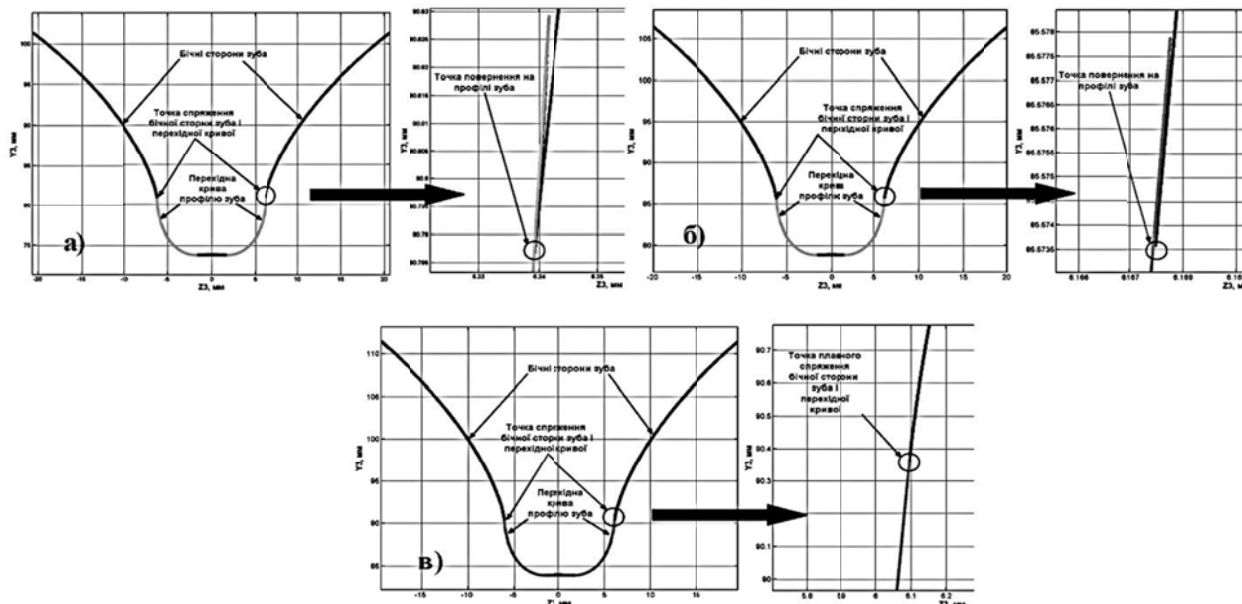


Рис. 4. Розрахунок повного профілю западини колеса в торцевому перерізі з ВП фрези. Параметри: фрези – конволютна однозаходна,  $m = 10$  мм,  $d_{a01} = 180$  мм,  $r_{pa01} = 2$  мм; колеса  $a_n = 20^0$ ,  $b_k = 10^0$  і визначення точки повернення на бічному профілі зубчастого колеса: а –  $Z_k = 17$  підрізання; б –  $Z_k = 18$  підрізання; в –  $Z_k = 19$  підрізання відсутне

Пояснення цього явища потребує більш детальних досліджень в підрізання поверхонь, утворених при двопараметричному огинанні.

## ВИСНОВКИ

В роботі розглянуто моделювання процесу формоутворення поверхні зубчастих косо-зубих коліс при зубофрезеруванні з врахуванням всіх рухів, які здійснює фреза-інструмент та колесо один відносно одного. Отримані рівняння контакту по повному профілю зубчастого колеса, а саме – бічна поверхня, поверхня перехідних кривих, поверхня западини, що дозволяють визначити спряжену поверхню косозубого зубчастого колеса з ВП черв'ячної фрези. При дослідженні умов формоутворення зубчастих коліс фрезами було встановлено, що умова невідрізання для зубчастих коліс з кількістю зубів 17, утворених рейкою, не придатна для коліс, утворених фрезою, що пов'язано з просторовим характером зацеплення фрези – колесо. Тому необхідно провести детальні дослідження явища підрізання профілю зуба при двопараметричному огинанні, що відповідає схемі формоутворення зубчастих коліс черв'ячними фрезами.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Гинзбург Е. Г. Зубчатые передачи : справочник / Е. Г. Гинзбург. – Л. : Машиностроение, 1980. – 416 с.
2. Колчин Н. И. Аналитический расчет плоских и пространственных зацеплений / Н. И. Колчин. – М. : Машигиз, 1949. – 212 с.
3. Родин П. Р. Основы формообразования поверхностей резанием / П. Р. Родин. – К. : Выща школа, 1977. – 190 с.
4. Цвис Ю. В. Профилирование режущего обкатного инструмента / Ю. В. Цвис. – М. : Машигиз, 1961. – 156 с.
5. Формоутворення черв'ячних зуборізних фрез / Богуслаєв В. О., Равська Н. С., Качан О. Я., Балушок К. Б., Мозговий В. Ф., Охріменко О. А. – Запоріжжя : Мотор Січ, 2007 р. – 179 с.

Стаття надійшла до редакції 15.11.2012 р.